Zadania z przedziałów ufności

dla wartości średniej (μ)

Model I

Populacja generalna ma rozkład $N(\mu,\sigma)$. Wartość średnia μ nieznana, a odchylenie standardowe σ w populacji jest znane.

$$P\left\{\overline{x}+u_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\overline{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha$$

gdzie: $$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

Model II

Populacja generalna ma rozkład $N(\mu,\sigma)$. Wartość średnia μ nieznana, jak i odchylenie standardowe σ. Liczebność próby jest mała, tj. $n < 30$.

$$P\left\{\overline{x}+t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n-1}}<\mu<\overline{x}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n-1}}\right\}=1-\alpha$$

albo:

$$P\left\{\overline{x}+t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s^*}{\sqrt{n}}<\mu<\overline{x}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s^*}{\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha$$

gdzie: $$s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\ ;\ s^*=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$$

Model III

Populacja generalna ma rozkład $N(\mu,\sigma)$ lub dowolny inny o nieznanych parametrach μ oraz σ. Liczebność próby jest duża, tj. $n \geq 30$.

$$P\left\{\overline{x}+u_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\overline{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha$$

albo:

$$P\left\{\overline{x}+t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s^*}{\sqrt{n}}<\mu<\overline{x}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s^*}{\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha$$

gdzie: $\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k}\overset{o}{x}_j\cdot n_j\ ;\ s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\overset{o}{x}_j-\overline{x}\right)^2\cdot n_j}\ ;\ s^*=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{k}\left(\overset{o}{x}_j-\overline{x}\right)^2\cdot n_j}$; k – liczba klas

Zadanie 1

Należy oszacować żywotność (w godzinach świecenia) wyprodukowanej partii świetlówek. Wiadomo, że czas świecenia ma rozkład $N(\mu, 120)$. Wylosowana niezależnie próba n=25 świetlówek dała średnią 2800 (w godzinach). Przyjmując współczynnik ufności 0.98, oszacować metodą przedziałową średni czas świecenia świetlówek z tej partii.

Odp: $2744<\mu<2856$, N(0,1)

Zadanie 2

W laboratorium zwarciowym bada się czas trwania łuku elektrycznego powstającego podczas wyłączania małych prądów indukcyjnych. Dokonano n=60 niezależnych doświadczeń i otrzymano średnią $\overline{x}=46$msek oraz odchylenie standardowe s=13 msek. Przyjmując współczynnik ufności 0.99 oszacować metodą przedziałową średni czas trwania zapłonu łuku elektrycznego.

Odp: $41.7<\mu<50.3$, N(0,1)

Zadanie 3
W pewnym doświadczeniu fizycznym mierzy się czas występowania określonego efektu świetlnego. Przeprowadzono n=1000 niezależnych doświadczeń nad tym efektem i zbiór pogrupowanych wyników (w sekundach) jest następujący.

Czas efektu (sek)	**Liczba doświadczeń**	*dalsza część tabeli danych skumulowanych w tzw. szereg rozdzielczy służy do wyznaczenia $\overline{x}$ oraz s z próbki, gdzie* $\dot{x}_j$ - *środek klasy;* $\overline{x} = \frac{\sum \dot{x}_j n_j}{n}$; $s^2 = \frac{\sum (\dot{x}_j - \overline{x})^2 n_j}{n}$			
x_j	n_j	$\dot{x}_j$	$\dot{x}_j n_j$	$(\dot{x}_j - \overline{x})^2$	$(\dot{x}_j - \overline{x})^2 n_j$
0.0 - 0.2	50				
0.2 - 0.4	128				
0.4 - 0.6	245				
0.6 - 0.8	286				
0.8 - 1.0	134				
1.0 - 1.2	90				
1.2 - 1.4	67				
	$\Sigma = n$		Σ		Σ

Przyjmując współczynnik ufności 0.95, oszacować metodą przedziałową średni czas badanego efektu świetlnego.

Odp: 0.65<μ<0.70, N(0,1)

Zadanie 4
W celu oszacowania średniej miesięcznej kwoty wydatków na rozrywki warszawskich studentów wybrano losowo próbę n=200 studentów otrzymując średnią $\overline{x} = 120$ zł oraz s^2=84zł. Zakładając poziom ufności 0.95 zbuduj przedział ufności dla średniej tych wydatków.

Odp: 108<μ<132, N(0,1)

Zadanie 5
Dokonano n=4 niezależnych pomiarów szczytu napięcia generatora impulsowego otrzymując wyniki (w kV): 4.33, 4.58, 4.47, 4.50. Wyznaczyć przedział ufności dla średniej wartości napięcia przyjmując poziom ufności 0.99.

Odp: 4.17<μ<4.77, t-Studenta

dla wariancji (σ^2)
Model I

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ) o nieznanych parametrach μ i σ. Z populacji pobrano losowo próbę mało liczną, tj. n < 30 i wyznaczono s^2 lub s^{*2}.

$$P\left\{\frac{n \cdot s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};\ n-1}} < \sigma^2 < \frac{n \cdot s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\ n-1}}\right\} = P\left\{\frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\ n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\ n-1}}\right\} = 1-\alpha$$

Model II

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ) lub zbliżony do normalnego o nieznanych parametrach μ i σ. Z populacji pobrano losowo dużą próbę, tj. n ≥ 30 i wyznaczono s^2 lub s^{*2}.

$$P\left\{\frac{s}{1+\frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}} < \sigma < \frac{s}{1+\frac{u_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}}\right\} = 1-\alpha$$

Zadanie 1

Badając siłę sczepienia styków łącznika w wyniku przepływu prądu zwarciowego dokonano n=4 niezależne pomiary otrzymując następujące wyniki (w N): 120, 102, 135, 115. Należy zbudować przedział ufności dla wariancji tejże siły przyjmując poziom ufności 0.96.

Odp: $56.7<\sigma^2<3019$, χ^2

Zadanie 2

W celu sprawdzenia rozrzutu wskazań lokalizatora uszkodzeń linii długich dokonano n=16 pomiarów otrzymując $s^{*2} = 20m^2$. Przyjmując poziom ufności 0.98 oszacuj metodą przedziałową wariancję σ^2 wskazań odległości lokalizatora uszkodzeń.

Odp: $9.8<\sigma^2<57.4$, χ^2

Zadanie 3

Należy zbudować na poziomie ufności 0.9 przedział ufności dla wariancji pomiarów wewnętrznych średnic panewek, jeśli wiadomo, że jej rozkład jest rozkładem normalnym i wyniki n=20 pomiarów dały $\bar{x} = 32.298mm$ oraz $s^{*2} = 0.133mm^2$

Odp: $0.08<\sigma<0.25$, χ^2

Zadanie 4

Amplituda napięcia chwilowego na wyjściu generatora szumu ma rozkład normalny N(μ, σ). Dokonano n=60 niezależnych pomiarów amplitudy i otrzymano $\bar{x} = 105V$ oraz s=12V. Przyjmując poziom ufności 0.98, należy oszacować przedział ufności dla odchylenia standardowego amplitudy napięcia chwilowego na wyjściu generatora.

Odp: $9.9<\sigma<15.2$, N(0,1)

Zadanie 5

W badaniach budżetów rodzinnych regionu katowickiego zbadano 632 gospodarstwa domowe i otrzymano z tej próby następujące dane: średnia z próby wydatków na żywność wynosi 1570zł, a odchylenie standardowe 224zł. Przyjmując poziom ufności 0.90 należy zbudować przedział ufności dla odchyleni standardowego wydatków na żywność.

Odp: $214<\sigma<235$, N(0,1)

dla wskaźnika struktury (p)

Model

Populacja generalna ma rozkład dwupunktowy z parametrem p, tzn. Elementy populacji podzielone są na dwie klasy, przy czym frakcja m elementów wyróżnionych w populacji wynosi p, które nie jest małym ułamkiem (p>0.05). Z populacji wylosowano niezależnie dużą próbę n elementów (n≥100).

$$P\left\{\frac{m}{n} + u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}} < p < \frac{m}{n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}}\right\} = 1-\alpha$$

Zadanie 1

Spośród wyprodukowanych tranzystorów wylosowano niezależnie n=100 sztuk i sprawdzono ich jakość. Okazało się, że 16 nie spełnia wymogów jakości. Przyjmując poziom ufności 0.99 oszacuj procent braków w wyprodukowanej partii tranzystorów.

Odp: $0.07<p<0.25$, N(0,1)

Zadanie 2

Należy oszacować, jaki procent studentów PW jada obiady w stołówkach akademickich. Ankietowano w tym celu n=900 studentów i znaleziono w tej próbie m=300, którzy stołują się w nich. Przyjmując poziom ufności 0.95 zbuduj przedział ufności dla procentu (wskaźnika struktury) badanej kategorii młodzieży akademickiej PW.

Odp: $0.30<p<0.36$, N(0,1)

Zadania na weryfikację hipotez
dla jednej wartości średniej (μ)

H_0: $\mu=\mu_0$ H_1: $\mu\neq\mu_0$	H_0: $\mu=\mu_0$ H_1: $\mu<\mu_0$	H_0: $\mu=\mu_0$ H_1: $\mu>\mu_0$

Model I

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ). Wartość średnia μ nieznana, a odchylenie standardowe σ w populacji jest znane.

$$u = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \text{ ma rozkład N(0,1)}$$

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Model II

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ). Wartość średnia μ oraz σ są nieznane, a pobrana próbka losowa jest mało liczna, tj. n < 30. Na jej podstawie wyznacza się $\overline{x}$ oraz s lub s*

$$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n - 1} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s^*}\sqrt{n} \text{ ma rozkład t – Studenta o n-1 stopniach swobody}$$

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|T| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{T \geq t_{1-\alpha, n-1}\} = \alpha$

Model III

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ) lub dowolny inny o nieznanych μ i σ. Wartość średnia μ oraz σ są nieznane, a pobrana próbka losowa jest liczna, tj. n $\geq$ 30.

$$u = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \text{ ma rozkład N(0,1)}$$

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Zadanie 1

Producent twierdzi, że produkowane przez niego elementy konstrukcyjne odznaczają się wytrzymałością 400MPa. Próba n=25 elementowa dała wynik $\overline{x} = 390\text{MPa}$. Wiadomo, że wytrzymałość elementów ma rozkład normalny N(μ, 20). Czy badana partia powinna być odrzucona, gdy przyjmiemy α=0.1?

Odp: N(0,1), K_α=($-\infty$; -1.28), -2.5 $\in K_\alpha$, Ho odrzucić

Zadanie 2

Wiadomo, że rozkład wyników pomiarów reflektometrycznych długości linii ma rozkład normalny o nieznanym odchyleniu standardowym 5m. Dokonano n=5 pomiarów długości pewnej linii i otrzymano (w m) wyniki: 862, 870, 876, 866, 871. Na poziomie istotności α=0.05 zweryfikuj hipotezę, że średnia długość mierzonej linii wynosi 870m.

Odp: t Stud. z n-1 st. sw., K_α=($-\infty$; -2.78)$\cup$(2.78, $+\infty$), -0.423 $\notin K_\alpha$, brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 3

W fabryce produkującej kosmetyki postanowiono sprawdzić, czy maszyna dozuje pewien składnik o wadze nieistotnie różniącej się od wagi nominalnej 12mg. W tym celu zmierzono losowo wagę n=90 takich dawek. Otrzymano $\overline{x} = 12.0755\text{mm}$ oraz s=0.064mm. Zweryfikuj hipotezę o nieistotności różnic wag nominalnych jeśli α=0.05.

Odp: N(0,1), K_α=(-∞; -1.96)∪(1.96; +∞), 2.83 ∈ K_α, Ho odrzucić

Zadanie 4

Miesięczne dodatkowe dochody studentów pewnej uczelni w zbadanej grupie 120 losowo wybranych studentów były następujące (w zł)

Dochody	Liczba studentów
150 - 250	7
250 - 350	10
350 - 450	21
450 - 550	30
550 - 650	19
650 - 750	15
750 - 850	10
850 - 950	6
950 - 1050	2

Na poziomie istotności 0.10 zweryfikować hipotezę, że średni dochód studentów uczelni wynosi 500zł.

Odp: N(0,1), K_α=(-∞; -1.64)∪(1.64; +∞), 2.42 ∈ K_α, Ho odrzucić

dla dwóch wartości średnich (μ_1, μ_2)

H_0: $\mu_1=\mu_2$ **H_1: $\mu_1\neq\mu_2$**	**H_0: $\mu_1=\mu_2$** **H_1: $\mu_1<\mu_2$**	**H_0: $\mu_1=\mu_2$** **H_1: $\mu_1>\mu_2$**

Model I

Dwie populacje generalne mają rozkłady $N(\mu_1,\sigma_1)$ i $N(\mu_2,\sigma_2)$ o znanych odchyleniach standardowych σ_1 oraz σ_2, z których pobrano dwie próbki o liczebnościach n_1 i n_2.

$$u = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$ ma rozkład N(0,1)

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Model II

Dwie populacje generalne mają rozkłady $N(\mu_1,\sigma_1)$ i $N(\mu_2,\sigma_2)$ o nieznanych odchyleniach standardowych σ_1 oraz σ_2, ale za to równych, tj. $\sigma_1=\sigma_2$, z których pobrano dwie mało liczne próbki o liczebnościach n_1 i n_2, tj. $n_1,n_2 < 30$.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$ ma rozkład t-Studenta o n_1+n_2-2 stopniach swobody

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|T| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{T \geq t_{1-\alpha}\} = \alpha$

Model III

Dwie populacje generalne mają rozkłady $N(\mu_1,\sigma_1)$ i $N(\mu_2,\sigma_2)$ lub inne, ale o nieznanych odchyleniach standardowych σ_1 oraz σ_2, z których pobrano dwie liczne próbki o liczebnościach n_1 i n_2, tj. $n_1,n_2 \geq 30$.

$$u = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad \text{ma rozkład N(0,1)}$$

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{ |U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Zadanie 1

Aby określić na poziomie α=0.05, czy zaobserwowane różnice między wartościami oczekiwanymi są istotne, czy mają charakter przypadkowy, wykonano n_1=10 pomiarów wytrzymałości na przebicie jednej próbki dielektryka oraz n_2=20 pomiarów próbki wykonanej przez innego producenta. Otrzymano $x_{1śr}$ = 580kV, s_1^2=900kV^2 oraz $x_{2śr}$ = 610kV, s_2^2=1000kV^2. Zakłada się, że wytrzymałość na przebicie podlega rozkładowi normalnemu N(μ,σ).

Odp: N(0,1), K_α=(-∞; -1.96)∪(1.96; +∞), -2.53 ∈ K_α, Ho odrzucić

Zadanie 2

W celu zbadania, czy różnice w wartościach oczekiwanych zawartości miedzi Cu w materiale magnetycznym Alnico są istotne, dokonano 17 analiz na miedź w magnesie wyprodukowanym metodą odlewu oraz 9 analiz na miedź w magnesie wykonanym technologią spiekania. Otrzymano $x_{1śr}$ = 3.059%, s_1 = 0.1122 oraz $x_{2śr}$ = 3.071%, s_2=0.0770. Zakłada się, że zawartość miedzi Cu ma w pierwszym przypadku rozkład N(μ_1,σ), a w drugim N(μ_2,σ). Przyjmij do obliczeń poziom istotności α=0.05.

Odp: t – Studenta o n_1+n_2-2 st. swobody, K_α=(-∞; -2.064)∪(2.064; +∞), -0.28 ∉ K_α, brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 3

W celu sprawdzenia hipotezy, że zastosowanie nowego stopu zwiększa wytrzymałość na rozciąganie, przeprowadzono 90 prób na rozciąganie dla stopu A oraz 120 prób dla stopu B, otrzymując wyniki: $x_{Aśr}$ = 7328MPa, s_1 = 299MPa oraz $x_{Bśr}$ = 8.052MPa, s_2=302MPa. Zakłada się, że siła rozciągania podlega rozkładowi zbliżonemu do normalnego.

Odp: N(0,1), K_α=(-∞; -1.64), -0.41 ∉ K_α, brak podstaw, by Ho odrzucić

dla wariancji (σ^2) lub odchylenia standardowego (σ)

H_0: $\sigma^2=\sigma_0^2$
H_1: $\sigma^2>\sigma_0^2$

lub

H_0: $\sigma=\sigma_0$
H_1: $\sigma>\sigma_0$

Model I

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ) o nieznanych parametrach μ i σ. Z populacji pobrano n elementową mało liczną próbkę, tj. n < 30.

$$\chi^2 = \frac{n \cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\sigma_0^2} \quad \text{ma rozkład } \chi^2 \text{ o n-1 st. swobody}$$

jednostronny (tylko prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}\} = \alpha$

Model II

Populacja generalna ma rozkład N(μ,σ) o nieznanych parametrach μ i σ. Z populacji pobrano n elementową liczną próbkę, tj. n ≥ 30.

$$\chi^2 = \frac{n \cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\sigma_0^2}$$

przekształcamy do innej zmiennej $u = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1}$, która ma rozkład N(0,1)

wyłącznie prawostronny obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Zadanie 1
Dokonano 12 pomiarów woltomierzem pewnego napięcia i otrzymano z tej próby $s^{*2}=0.9V^2$. Na poziomie istotności $\alpha=0.05$ sprawdzić hipotezę, że wariancja pomiarów napięcia tym woltomierzem wynosi $0.6V^2$.

Odp: χ^2 o n-1 st. swobody, $K_\alpha=(19.675; +\infty)$, $16.5 \notin K_\alpha$, brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 2
W celu nabrania większej pewności co do wniosku z zadania powyżej, dokonano n=61 pomiarów, przy czym wariancja z próby nie uległa zmianie i nadal wynosi $s^{*2}=0.9V^2$. Zweryfikuj na tym samym poziomie istotności tę samą hipotezę.

Odp: $u=\sqrt{2\chi^2}-\sqrt{2n-1}$ ma rozkład N(0,1), $K_\alpha=(1.64, +\infty)$, $2.5 \in K_\alpha$, Ho odrzucić

Zadanie 3
Próba losowa licząca n=200 studentów pewnej uczelni warszawskiej, dała wariancję $s^2=50$ papierosów^2 wypalanych dziennie przez studentów tej uczelni. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że odchylenie standardowe liczby wypalanych dziennie przez studentów wynosi 5 papierosów.

Odp: $u=\sqrt{2\chi^2}-\sqrt{2n-1}$ ma rozkład N(0,1), $K_\alpha=(1.64, +\infty)$, $8.31 \in K_\alpha$, Ho odrzucić

Zadanie 4
Pewna fabryka żarówek opracowała nową technologię ich wytwarzania, której celem jest wydłużenie czasu ich świecenia. Jednym z czynników, jaki brano pod uwagę było m. in. zróżnicowanie czasu świecenia. Losowa próba n=15 żarówek z partii wyprodukowanej nową technologią dała standardowe odchylenie (obciążone) s=13 godzin. Na poziomie istotności 0.05 sprawdź, czy odchylenie standardowe czasu świecenia wszystkich żarówek z nowej technologii:
- jest większe od 10 godzin
- jest mniejsze od 10 godzin
- różni się istotnie od 10 godzin

dla dwóch wariancji (σ_1^2, σ_2^2)

H_0: $\sigma_1^2=\sigma_2^2$
H_1: $\sigma_1^2>\sigma_2^2$

Model

Dwie populacje generalne mają rozkłady $N(\mu_1,\sigma_1)$ i $N(\mu_2,\sigma_2)$ o nieznanych parametrach, z których pobrano dwie próbki o liczebnościach n_1 i n_2. Korzystniej jest stosować nieobciążony estymator wariancji s^{*2} i tak nazwać próbki, aby F było zawsze większe od 1, tj. $s^{*2}_1 > s^{*2}_2$

$F=\frac{s^{*2}_1}{s^{*2}_2}$ ma rozkład F-Snedecora z n_1-1 i n_2-1 stopniach swobody

wyłącznie prawostronny obszar krytyczny: $K_\alpha: P\{F \geq F_{1-\alpha}\}=\alpha$

Zadanie 1
Sprawdź, czy wariancje średnich zarobków pracowników zatrudnionych na tych samych stanowiskach są identyczne. Z jednej fabryki wylosowano w tym celu niezależnie 16 pracowników i otrzymano z tej próby wariancję $s_1^2=225$ zł^2.Natomiast z drugiej fabryki wylosowano 21 pracowników do próby i otrzymano z niej wariancję $s_2^2=400$ zł^2. Można przyjąć, że roz-

kłady zarobków w obu fabrykach są normalne. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę, że wariancje zarobków badanych pracowników są identyczne w obu fabrykach.

Zadanie 2
Badano zawartość nikotyny w dwóch gatunkach papierosów. W obu próbach zaobserwowano zbliżone wartości średnie, natomiast odchylenia standardowe wynosiły s_a=1,1 mg dla gatunku A oraz s_b=1,5 mg dla gatunku B, przy czym badanie przeprowadzono, wybierając losowo po 50 sztuk papierosów z każdego gatunku. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę, że wariancje zawartości nikotyny w obu gatunkach papierosów są jednakowe.

Zadanie 3
Dokonano po 5 niezależnych pomiarów siły naciągu mechanizmu tego samego typu łącznika wysokiego napięcia od dwóch różnych wytwórców. Dla wyrobu A uzyskano (w kN): 40.32, 39.85, 41.17, 40.62, 40.04, a dla wyrobu B: 51.07, 49.60, 50.45, 50.59, 50.29. Na poziomie istotności 0.05 sprawdzić hipotezę o jednakowym odchyleniu standardowym siły naciągu obydwu mechanizmów łącznika.

Zadanie 4
Sprawdzić na poziomie istotności 0,05 hipotezę, że dwie gminy charakteryzuje podobne zróżnicowanie obszarowe gospodarstw. W celu weryfikacji tej hipotezy wybrano losowo w gminie X - 10 gospodarstw i w gminie Y - 8 gospodarstw. Dla obu gmin wyznaczono wartość wariancji wielkości powierzchni s_x^2=16,8 km^2, s_y^2=20,5 km^2.

dla dwóch wskaźników struktury (procentów)

$$H_0: p_1=p_2$$
$$H_1: p_1\neq p_2$$

Model

Dwie populacje generalne mają dwupunktowe z parametrami p_1 i p_2, oznaczającymi frakcje m_1 i m_2 elementów wyróżnionych w tych populacjach. Pobrano z nich dwie duże próbki o licznościach n_1, n_2 >100. Wyliczamy średni wskaźnik struktury:

$$\overline{p} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\text{, jej dopełnienie } \overline{q} = 1 - \overline{p} \text{ oraz pseudoliczność } n = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}$$

$$u = \frac{\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}}{\sqrt{\frac{\overline{p}\overline{q}}{n}}}\text{; ma rozkład N(0,1)}$$

dwustronny obszar krytyczny $K_\alpha : P\left\{|U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = \alpha$

jednostronny (np. prawostronny) obszar krytyczny: $K_\alpha : P\{U \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha$

Zadanie 1
Panuje przekonanie, że studenci stacjonarni pewnej uczelni zdają lepiej egzamin ze statystyki niż studenci zaoczni. W celu zweryfikowania tego poglądu wybrano grupę 100 osób studiujących w systemie dziennym oraz grupę 100 osób studiujących w systemie zaocznym. Następnie zanotowano oceny otrzymane przez nich na egzaminie ze statystyki. Okazało się, że:
- wśród studiujących w trybie dziennym 35 osób uzyskało ocenę co najmniej dobrą,
- wśród studiujących w trybie zaocznym takich osób było 31.

Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę o jednakowych odsetkach studentów z oceną co najmniej dobrą.

Zadanie 2
W celu sprawdzenia hipotezy, że zachorowalność na miażdżycę jest taka sama w środowisku miejskim, jak i wiejskim pobrano dwie próby losowe. W grupie 500 osób wylosowanych z miast stwierdzono 40 przypadków zachorowań na miażdżycę, wśród 800 wylosowanych osób mieszkających na wsi odnotowano również 40 przypadków tej choroby. Przyjmując poziom istotności 0,05 należy zweryfikować postawioną na wstępie hipotezę.

Zadanie 3
Wysunięto przypuszczenie, że jakość produkcji pewnego wyrobu po wprowadzeniu nowej tańszej technologii nie uległa zmianie. Wylosowano niezależnie 120 sztuk tego wyrobu spośród wyprodukowanych starą technologią i otrzymano 12 sztuk wadliwych. Wśród wylosowanych 160 stuk wyprodukowanych przy zastosowaniu nowej technologii było natomiast 20 sztuk wadliwych. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę o jednakowych odsetkach produktów wadliwych przy produkcji obu metodami.