

Zadania z przedziałów ufności

dla wartości średniej (μ)

Zadanie 1

Należy oszacować żywotność (w godzinach świecenia) wyprodukowanej partii świetlówek. Wiadomo, że czas świecenia ma rozkład $N(\mu, 120)$. Wylosowana niezależnie próba $n=25$ świetlówek dała średnią 2800 (w godzinach). Przyjmując współczynnik ufności 0.98, oszacować metodą przedziałową średni czas świecenia świetlówek z tej partii.

Odp: $2744 < \mu < 2856, N(0,1)$

Zadanie 2

W laboratorium zwarciowym bada się czas trwania łuku elektrycznego powstającego podczas wyłączania małych prądów indukcyjnych. Dokonano $n=60$ niezależnych doświadczeń i otrzymano średnią $\bar{x} = 46$ msek oraz odchylenie standardowe $s=13$ msek. Przyjmując współczynnik ufności 0.99 oszacować metodą przedziałową średni czas trwania zapłonu łuku elektrycznego.

Odp: $41.7 < \mu < 50.3, N(0,1)$

Zadanie 3

W pewnym doświadczeniu fizycznym mierzy się czas występowania określonego efektu świetlnego. Przeprowadzono $n=1000$ niezależnych doświadczeń nad tym efektem i zbiór pogrupowanych wyników (w sekundach) jest następujący.

Czas efektu (sek)	Liczba doświadczeń	<i>dalsza część tabeli danych skumulowanych w tzw. szereg rozdzielczy służy do wyznaczenia \bar{x} oraz s z próbki, gdzie</i>			
		\dot{x}_j	$\dot{x}_j n_j$	$(\dot{x}_j - \bar{x})^2$	$(\dot{x}_j - \bar{x})^2 n_j$
x_j	n_j				
0.0 - 0.2	50				
0.2 - 0.4	128				
0.4 - 0.6	245				
0.6 - 0.8	286				
0.8 - 1.0	134				
1.0 - 1.2	90				
1.2 - 1.4	67				
	$\Sigma = n$		Σ		Σ

Przyjmując współczynnik ufności 0.95, oszacować metodą przedziałową średni czas badanego efektu świetlnego.

Odp: $0.65 < \mu < 0.70, N(0,1)$

Zadanie 4

W celu oszacowania średniej miesięcznej kwoty wydatków na rozrywki warszawskich studentów wybrano losowo próbę $n=200$ studentów otrzymując średnią $\bar{x} = 120$ zł oraz $s^2=84$ zł. Zakładając poziom ufności 0.95 zbuduj przedział ufności dla średniej tych wydatków.

Odp: $108 < \mu < 132, N(0,1)$

Zadanie 5

Dokonano $n=4$ niezależnych pomiarów szczytu napięcia generatora impulsowego otrzymując wyniki (w kV): 4.33, 4.58, 4.47, 4.50. Wyznaczyć przedział ufności dla średniej wartości napięcia przyjmując poziom ufności 0.99.

Odp: $4.17 < \mu < 4.77, t\text{-Studenta}$

dla wariancji (σ^2)

Zadanie 1

Badając siłę szczytu styków łącznika w wyniku przepływu prądu zwarciovego dokonano $n=4$ niezależne pomiary otrzymując następujące wyniki (w N): 120, 102, 135, 115. Należy zbudować przedział ufności dla wariancji tejże siły przyjmując poziom ufności 0.96.

$$\text{Odp: } 56.7 < \sigma^2 < 3019, \chi^2$$

Zadanie 2

W celu sprawdzenia rozrzutu wskazań lokalizatora uszkodzeń linii długich dokonano $n=16$ pomiarów otrzymując $s^{*2} = 20\text{m}^2$. Przyjmując poziom ufności 0.98 oszacuj metodą przedziałową wariancję σ^2 wskazań odległości lokalizatora uszkodzeń.

$$\text{Odp: } 9.8 < \sigma^2 < 57.4, \chi^2$$

Zadanie 3

Należy zbudować na poziomie ufności 0.9 przedział ufności dla wariancji pomiarów wewnętrznych średnic panewek, jeśli wiadomo, że jej rozkład jest rozkładem normalnym i wyniki $n=20$ pomiarów dały $\bar{x} = 32.298\text{mm}$ oraz $s^{*2} = 0.133\text{mm}^2$

$$\text{Odp: } 0.08 < \sigma < 0.25, \chi^2$$

Zadanie 4

Amplituda napięcia chwilowego na wyjściu generatora szumu ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$. Dokonano $n=60$ niezależnych pomiarów amplitudy i otrzymano $\bar{x} = 105\text{V}$ oraz $s=12\text{V}$. Przyjmując poziom ufności 0.98, należy oszacować przedział ufności dla odchylenia standardowego amplitudy napięcia chwilowego na wyjściu generatora.

$$\text{Odp: } 9.9 < \sigma < 15.2, N(0,1)$$

Zadanie 5

W badaniach budżetów rodzinnych regionu katowickiego zbadano 632 gospodarstwa domowe i otrzymano z tej próby następujące dane: średnia z próby wydatków na żywność wynosi 1570zł, a odchylenie standardowe 224zł. Przyjmując poziom ufności 0.90 należy zbudować przedział ufności dla odchyleni standardowego wydatków na żywność.

$$\text{Odp: } 214 < \sigma < 235, N(0,1)$$

dla wskaźnika struktury (p)

Zadanie 1

Spośród wyprodukowanych tranzystorów wylosowano niezależnie $n=100$ sztuk i sprawdzono ich jakość. Okazało się, że 16 nie spełnia wymogów jakości. Przyjmując poziom ufności 0.99 oszacuj procent braków w wyprodukowanej partii tranzystorów.

$$\text{Odp: } 0.07 < p < 0.25, N(0,1)$$

Zadanie 2

Należy oszacować, jaki procent studentów PW jada obiady w stołówkach akademickich. Ankietowano w tym celu $n=900$ studentów i znaleziono w tej próbie $m=300$, którzy stołują się w nich. Przyjmując poziom ufności 0.95 zbuduj przedział ufności dla procentu (wskaźnika struktury) badanej kategorii młodzieży akademickiej PW.

$$\text{Odp: } 0.30 < p < 0.36, N(0,1)$$

Zadania na weryfikację hipotez dla jednej wartości średniej (μ)

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_1: \mu &\neq \mu_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_1: \mu &< \mu_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_1: \mu &> \mu_0 \end{aligned}$$

Zadanie 1

Producent twierdzi, że produkowane przez niego elementy konstrukcyjne odznaczają się wytrzymałością 400MPa. Próba $n=25$ elementowa dała wynik $\bar{x} = 390$ MPa. Wiadomo, że wytrzymałość elementów ma rozkład normalny $N(\mu, 20)$. Czy badana partia powinna być odrzucona, gdy przyjmujemy $\alpha=0.1$?

Odp: $N(0, 1)$, $K_\alpha = (-\infty; -1.28)$, $-2.5 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 2

Wiadomo, że rozkład wyników pomiarów reflektometrycznych długości linii ma rozkład normalny o nieznanym odchyleniu standardowym 5m. Dokonano $n=5$ pomiarów długości pewnej linii i otrzymano (w m) wyniki: 862, 870, 876, 866, 871. Na poziomie istotności $\alpha=0.05$ zweryfikuj hipotezę, że średnia długość mierzonej linii wynosi 870m.

Odp: t Stud. z $n-1$ st. sw., $K_\alpha = (-\infty; -2.78) \cup (2.78; +\infty)$, $-0.423 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 3

W fabryce produkującej kosmetyki postanowiono sprawdzić, czy maszyna dozuje pewien składnik o wadze nieistotnie różniącej się od wagi nominalnej 12mg. W tym celu zmierzono losowo wagę $n=90$ takich dawek. Otrzymano $\bar{x} = 12.0755$ mm oraz $s=0.064$ mm. Zweryfikuj hipotezę o nieistotności różnic wag nominalnych jeśli $\alpha=0.05$.

Odp: $N(0, 1)$, $K_\alpha = (-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty)$, $2.83 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 4

Miesięczne dodatkowe dochody studentów pewnej uczelni w zbadanej grupie 120 losowo wybranych studentów były następujące (w zł)

Dochody	Liczba studentów
150 - 250	7
250 - 350	10
350 - 450	21
450 - 550	30
550 - 650	19
650 - 750	15
750 - 850	10
850 - 950	6
950 - 1050	2

Na poziomie istotności 0.10 zweryfikować hipotezę, że średni dochód studentów uczelni wynosi 500zł.

Odp: $N(0, 1)$, $K_\alpha = (-\infty; -1.64) \cup (1.64; +\infty)$, $2.42 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

dla dwóch wartości średnich (μ_1, μ_2)

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 \\ H_1: \mu_1 &\neq \mu_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 \\ H_1: \mu_1 &< \mu_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 \\ H_1: \mu_1 &> \mu_2 \end{aligned}$$

Zadanie 1

Aby określić na poziomie $\alpha=0.05$, czy zaobserwowane różnice między wartościami oczekiwanymi są istotne, czy mają charakter przypadkowy, wykonano $n_1=10$ pomiarów wytrzymałości na przebicie jednej próbki dielektryka oraz $n_2=20$ pomiarów próbki wykonanej przez

innego producenta. Otrzymano $x_{1sr} = 580kV$, $s_1^2 = 900kV^2$ oraz $x_{2sr} = 610kV$, $s_2^2 = 1000kV^2$. Zakłada się, że wytrzymałość na przebicie podlega rozkładowi normalnemu $N(\mu, \sigma)$.

Odp: $N(0,1)$, $K_\alpha = (-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty)$, $-2.53 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 2

W celu zbadania, czy różnice w wartościach oczekiwanych zawartości miedzi Cu w materiale magnetycznym Alnico są istotne, dokonano 17 analiz na miedź w magnezie wyprodukowanym metodą odlewu oraz 9 analiz na miedź w magnezie wykonanym technologią spiekania. Otrzymano $x_{1sr} = 3.059\%$, $s_1 = 0.1122$ oraz $x_{2sr} = 3.071\%$, $s_2 = 0.0770$. Zakłada się, że zawartość miedzi Cu ma w pierwszym przypadku rozkład $N(\mu_1, \sigma)$, a w drugim $N(\mu_2, \sigma)$. Przyjmij do obliczeń poziom istotności $\alpha = 0.05$.

Odp: t – Studenta o $n_1 + n_2 - 2$ st. swobody, $K_\alpha = (-\infty; -2.064) \cup (2.064; +\infty)$, $-0.28 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 3

W celu sprawdzenia hipotezy, że zastosowanie nowego stopu zwiększa wytrzymałość na rozciąganie, przeprowadzono 90 prób na rozciąganie dla stopu A oraz 120 prób dla stopu B, otrzymując wyniki: $x_{Asr} = 7328MPa$, $s_1 = 299MPa$ oraz $x_{Bsr} = 8.052MPa$, $s_2 = 302MPa$. Zakłada się, że siła rozciągania podlega rozkładowi zbliżonemu do normalnego.

Odp: $N(0,1)$, $K_\alpha = (-\infty; -1.64)$, $-0.41 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

dla wariancji (σ^2) lub odchylenia standardowego (σ)

Zadanie 1

Dokonano 12 pomiarów woltomierzem pewnego napięcia i otrzymano z tej próby $s^{*2} = 0.9V^2$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ sprawdzić hipotezę, że wariancja pomiarów napięcia tym woltomierzem wynosi $0.6V^2$.

Odp: χ^2 o $n-1$ st. swobody, $K_\alpha = (19.675; +\infty)$, $16.5 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 2

W celu nabrania większej pewności co do wniosku z zadania powyżej, dokonano $n=61$ pomiarów, przy czym wariancja z próby nie uległa zmianie i nadal wynosi $s^{*2} = 0.9V^2$. Zweryfikuj na tym samym poziomie istotności tę samą hipotezę.

Odp: $u = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1}$ ma rozkład $N(0,1)$, $K_\alpha = (1.64, +\infty)$, $2.5 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 3

Próba losowa licząca $n=200$ studentów pewnej uczelni warszawskiej, dała wariancję $s^2 = 50$ papierosów² wypalanych dziennie przez studentów tej uczelni. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że odchylenie standardowe liczby wypalanych dziennie przez studentów wynosi 5 papierosów.

Odp: $u = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1}$ ma rozkład $N(0,1)$, $K_\alpha = (1.64, +\infty)$, $8.31 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 4

Pewna fabryka żarówek opracowała nową technologię ich wytwarzania, której celem jest wydłużenie czasu ich świecenia. Jednym z czynników, jaki brano pod uwagę było m. in. zróżnicowanie czasu świecenia. Losowa próba $n=15$ żarówek z partii wyprodukowanej nową technologią dała standardowe odchylenie (obciążone) $s=13$ godzin. Na poziomie istotności 0.05 sprawdź, czy odchylenie standardowe czasu świecenia wszystkich żarówek z nowej technologii:

- jest większe od 10 godzin
- jest mniejsze od 10 godzin
- różni się istotnie od 10 godzin

Odp: χ^2 o $n-1$ st. swobody, $K_\alpha=(23.68; +\infty)$, $25.35 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Odp: χ^2 o $n-1$ st. swobody, $K_\alpha=(0; 6.57)$, $25.35 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Odp: χ^2 o $n-1$ st. swobody, $K_\alpha=(0; 6.57) \cup (23.68; +\infty)$, $25.35 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

dla dwóch wariancji (σ_1^2, σ_2^2)

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 &= \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 &> \sigma_2^2 \end{aligned}$$

Zadanie 1

Sprawdź, czy wariancje średnich zarobków pracowników zatrudnionych na tych samych stanowiskach są identyczne. Z jednej fabryki wylosowano w tym celu niezależnie 16 pracowników i otrzymano z tej próby wariancję $s_1^2=225$ zł². Natomiast z drugiej fabryki wylosowano 21 pracowników do próby i otrzymano z niej wariancję $s_2^2=400$ zł². Można przyjąć, że rozkłady zarobków w obu fabrykach są normalne. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę, że wariancje zarobków badanych pracowników są identyczne w obu fabrykach.

Odp: F o n_1-1, n_2-1 st. swobody, $K_\alpha=(2.33; +\infty)$, $1.75 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 2

Badano zawartość nikotyny w dwóch gatunkach papierosów. W obu próbach zaobserwowano zbliżone wartości średnie, natomiast odchylenia standardowe wynosiły $s_a=1,1$ mg dla gatunku A oraz $s_b=1,5$ mg dla gatunku B, przy czym badanie przeprowadzono, wybierając losowo po 50 sztuk papierosów z każdego gatunku. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę, że wariancje zawartości nikotyny w obu gatunkach papierosów są jednakowe.

Odp: F o n_1-1, n_2-2 st. swobody, $K_\alpha=(1.607; +\infty)$, $1.86 \in K_\alpha$ Ho odrzucić

Zadanie 3

Dokonano po 5 niezależnych pomiarów siły naciągu mechanizmu tego samego typu łącznika wysokiego napięcia od dwóch różnych wytwórców. Dla wyrobu A uzyskano (w kN): 40.32, 39.85, 41.17, 40.62, 40.04, a dla wyrobu B: 51.07, 49.60, 50.45, 50.59, 50.29. Na poziomie istotności 0.05 sprawdzić hipotezę o jednakowym odchyleniu standardowym siły naciągu obydwu mechanizmów łącznika.

Odp: F o n_1-1, n_2-2 st. swobody, $K_\alpha=(6.388; +\infty)$, $1.055 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

Zadanie 4

Sprawdzić na poziomie istotności 0,05 hipotezę, że dwie gminy charakteryzuje podobne zróżnicowanie obszarowe gospodarstw. W celu weryfikacji tej hipotezy wybrano losowo w gminie X - 10 gospodarstw i w gminie Y - 8 gospodarstw. Dla obu gmin wyznaczono wartość wariancji wielkości powierzchni $s_x^2=16,8$ km², $s_y^2=20,5$ km².

Odp: F o n_1-1, n_2-2 st. swobody, $K_\alpha=(3.293; +\infty)$, $1.255 \notin K_\alpha$ brak podstaw, by Ho odrzucić

dla dwóch wskaźników struktury (procentów)

Zadanie 1

Panuje przekonanie, że studenci stacjonarni pewnej uczelni zdają lepiej egzamin ze statystyki niż studenci zaocznicy. W celu zweryfikowania tego poglądu wybrano grupę 100 osób studiujących w systemie dziennym oraz grupę 100 osób studiujących w systemie zaocznym. Następnie zanotowano oceny otrzymane przez nich na egzaminie ze statystyki. Okazało się, że:

- wśród studiujących w trybie dziennym 35 osób uzyskało ocenę co najmniej dobrą,
- wśród studiujących w trybie zaocznym takich osób było 31.

Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę o jednakowych odsetkach studentów z oceną co najmniej dobrą.

Zadanie 2

W celu sprawdzenia hipotezy, że zachorowalność na miażdżycę jest taka sama w środowisku miejskim, jak i wiejskim pobrano dwie próby losowe. W grupie 500 osób wylosowanych z miast stwierdzono 40 przypadków zachorowań na miażdżycę, wśród 800 wylosowanych osób mieszkających na wsi odnotowano również 40 przypadków tej choroby. Przyjmując poziom istotności 0,05 należy zweryfikować postawioną na wstępie hipotezę.

Zadanie 3

Wysunięto przypuszczenie, że jakość produkcji pewnego wyrobu po wprowadzeniu nowej tańszej technologii nie uległa zmianie. Wylosowano niezależnie 120 sztuk tego wyrobu spośród wyprodukowanych starą technologią i otrzymano 12 sztuk wadliwych. Wśród wylosowanych 160 sztuk wyprodukowanych przy zastosowaniu nowej technologii było natomiast 20 sztuk wadliwych. Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezę o jednakowych odsetkach produktów wadliwych przy produkcji obu metodami.