

## Funkcje zmiennych losowych

### Zad. 1

Zmienna losowa przyjmuje wartości -2, 2, 3 z prawdopodobieństwami  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{1}{4}$ .

- Znaleźć rozkład zmiennej losowej  $Y=h(X)=X^2$
- Obliczyć  $E(Y)$ ,  $D(Y)$  oraz medianę i modę zmiennej losowej  $Y$ .

### Zad. 2

Zmienna losowa  $X$  podlega rozkładowi według gęstości  $f(x)$ . Znaleźć gęstość  $g(y)$  zmiennej losowej  $Y=h(X)$ , jeśli:

- a)  $h(x) = |x|$ ,                      b)  $h(x) = x^3$ ,                      c)  $h(x) = \arctg x$

### Zad. 3

Zmienna losowa  $X$  podlega rozkładowi według gęstości  $f(x)$ . Znaleźć gęstość  $g(y)$  zmiennej losowej  $Y=h(X)$ , jeśli:

a)  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ e^{-x} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$                       oraz                       $h(x) = \sqrt{x}$

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 0 & \text{dla } x \notin [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}] \end{cases}$                       oraz                       $h(x) = x^2$

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x & \text{dla } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, \pi] \end{cases}$                       oraz                       $h(x) = x^2$

### Zad. 4

Średnica  $X$  koła mierzona jest w sposób przybliżony i wiadomo tylko, że  $X \in [a, b]$ ,  $0 < a < b$ . Przyjmując, że  $X$  ma rozkład równomierny na tym przedziale, obliczyć rozkład (dystrybucję) pola koła. Znaleźć jej wariancję i wartość oczekiwaną.

### Zad. 5

W obwodzie jak na rysunku obok napięcie wejściowe jest stałe i wynosi 10V. Opór  $R_0=1\Omega$  jest również stały, natomiast opór  $R$  ma gęstość prawdopodobieństwa określony funkcją  $f(r)$ . Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa  $g(u)$  spadku napięcia  $U$  na oporze  $R$ .

