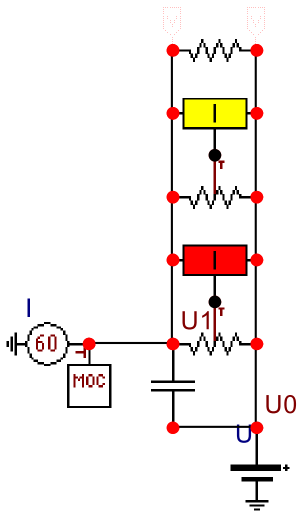
Ćwiczenie nr 6

Wyznaczanie obciążalności prądowej długotrwałej szynoprzewodu płaskiego z użyciem metody sieci cieplej i programu ATP/EMTP

Przebieg ćwiczenia:
Dany jest 1m długości miedzianego toru prądowego o przekroju poprzecznym 10x1cm. Należy zbilansować moc cieplną wydzieloną wewnątrz i odprowadzoną z powierzchni bocznej toru prądowego, wyrazić opory cieplne promieniowania i konwekcji, pojemność cieplną danego odcinka toru, zbudować analogiczny obwód elektryczny i metodą prób i błędów - dobrać prąd obciążenia, przy którym temperatura szyny osiągnie wartość dopuszczalną 90°C. Zamieścić rysunek z procesem nagrzewania i studzenia w/w odcinka



Rys. 1. Schemat sieci cieplnej przypisany odcinkowi toru prądowego

OPORY CIEPLNE

W sieci cieplnej powstałej z analizy równania przewodnictwa pojawić się mogą opory cieplne związane ze zjawiskami: przewodzenia (konduktancji), promieniowania (radiacji), unoszenia (konwekcji) oraz cyrkulacji i wentylacji. Każde z nich posiada odmienną naturę fizyczną i opisane jest właściwym dla danego zjawiska zespołem zależności matematycznych. Istotne jest to, że wszystkim elementom można przypisać jednolite równanie wiążące przyrost temperatury i moc cieplną z udziałem na ogół nieliniowego oporu cieplnego. Określenie jego wielkości dla podstawowych jego wariantów będzie opisane w kolejnych podpunktach.

Opór cieplny przewodzenia

Przewodzenie ciepła (konduktancja) jest zjawiskiem jego przekazywania w ciałach przewodzących ze strefy o wyższej temperaturze do strefy o temperaturze niższej bez fizycznego przemieszczania się cząsteczek. Moc cieplna przekazana tą drogą spełnia prawo Fouriera, które wiąże ją z gradientem temperatury:

$$P = -\lambda S \operatorname{grad} \vartheta$$

Opór cieplny przewodzenia dla ciał prostopadłościennych określa wzór:

$$P = -\lambda S \frac{\Delta\vartheta}{L} \quad \text{lub inaczej} \quad -\Delta\vartheta = PT \quad \text{gdzie} \quad T = \frac{L}{\lambda S},$$

W przypadku ciał cylindrycznych obowiązuje wzór:

$$T = \frac{\ln \frac{r_z}{r_w}}{2\pi\lambda L}$$

gdzie r_z i r_w - promień zewnętrzny i wewnętrzny ciała przewodzącego, [m]; L - długość ciała przewodzącego, [m]

Opór cieplny promieniowania

Wartość tego oporu wynika z zastosowania wzoru Stefana-Boltzmanna, który określa ilość ciepła oddawanego przez ciało do sąsiadującego z nim innego ciała

$$P = \varepsilon_w c_0 A_p \left[\left(\frac{\theta_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_2}{100} \right)^4 \right]$$

gdzie: A_p – powierzchnia emitująca energię, [m^2]; θ_1 – temp. bezwzględna powierzchni ciała emitującego ciepło, [K]; θ_2 – temp. bezwzględna powierzchni ciała absorbującego ciepło, [K].

Aby uzyskać postać $\Delta\vartheta$=PT należy w nim wydzielić część liniową przyrostu $\Delta\vartheta$, a wszystkie pozostałe wielkości związać z poszukiwanym oporem cieplnym

$$T = \frac{\varepsilon_w c_0 A_p \left[\left(\frac{\theta_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_2}{100} \right)^4 \right]}{\vartheta_1 - \vartheta_2}$$

Ten rodzaj oporu cieplnego zależy nieliniowo od temperatury. Określenie wypadkowego współczynnika emisyjności ε_w wiąże się pojęciowo z tzw. współczynnikiem konfiguracji i stanowi w tej chwili odrębne zagadnienie. Najczęściej wykorzystuje się wzór Christiansena, który dla ciała o powierzchni A_1 otoczonej całkowicie powierzchnią wypukłą A_2 sprowadza się do postaci w/w z parametrem ζ=1

$$\varepsilon_w = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \zeta \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

W przypadku ciał niewypukłych, parametr ζ wymaga indywidualnego traktowania i może w niektórych przypadkach być określony analitycznie. Ostatni wzór ma jednak sens przybliżony, dotyczy bowiem ciał nieskończenie długich i nie uwzględnia efektów krawędziowych, a iloraz A_1/A_2 sprowadza się wtedy do ilorazu obwodów powierzchni bocznych. Wielkości ε_i (i=1,2) należy dobierać zgodnie z dostępnymi w podręcznikach danymi). Dla bardziej szczegółowych obliczeń zaleca się skorzystanie z odpowiedniego oprogramowania, które wyznacza współczynnik ε_w dla ciał o dowolnej konfiguracji i długości.

Opór cieplny konwekcji

Konwekcja, jest to przepływ ciepła w warunkach, gdy cząsteczki mają swobodę ruchu charakterystyczną dla płynów, a wymiana energii cieplnej występuje pomiędzy powierzchnią ciała stałego o wyższej temperaturze ϑ_2 a otaczającym je płynem o niższej temperaturze ϑ_1 ($\vartheta_2>\vartheta_1$) lub w przypadku odwrotnym, kiedy płyn przekazuje ciepło ciału stałemu ($\vartheta_2<\vartheta_1$). Wówczas ruchem ciepła rządzą prawa mechaniki płynów, co oznacza, że ruch odbywa się nie tylko na drodze międzycząsteczkowej wymiany energii, ale także wskutek grawitacyjnego przemieszczania się cząstek obdarzonych różną gęstością lub wymuszenia ruchu tych cząstek przez siły zewnętrzne, np. przez wentylator.

W pierwszym przypadku, tzn. kiedy ruch cząsteczek jest wywołany różnicą gęstości, konwekcję nazywa się swobodną, w drugim – wymuszoną, czyli wymuszonym ruchem płynu. Rozróżniamy też konwekcję mieszaną, kiedy uwzględnia się w obliczeniach wpływ konwekcji swobodnej w warunkach kiedy wymuszony wentylatorem ruch płynu jest relatywnie mały, tj. porównywany z naturalnym.

Moc cieplną przekazywaną drogą konwekcji swobodnej opisuje prawo Newtona, bezpośrednio nawiązujące do cieplnego prawa Ohma

$$P = kS_k \Delta \vartheta \quad \Rightarrow T = \frac{1}{kS_k}$$

gdzie: S_k - pole powierzchni bocznej oddającej ciepło drogą konwekcji swobodnej, [m^2].

W zadaniach termokinetyki aparatów elektrycznych i urządzeń rozdzielczych największe trudności sprawia poprawne wyznaczenie wartości współczynnika konwekcji k. Ponieważ zjawisko przepływu ciepła podczas konwekcji jest połączone z ruchem drobin płynu, dlatego trzeba wziąć pod uwagę równanie różniczkowe przepływu ciepła i równania różniczkowe hydromechaniki. Analityczne rozwiązanie tak powstałego układu równań jest możliwe tylko w najprostszych przypadkach i z tego powodu współczynnik k wyznacza się zazwyczaj doświadczalnie..

Dla zastosowań technicznych współczynnik k jest wyznaczany na podstawie uproszczeń i wyników eksperymentalnych. Stosuje się przy tym w znacznym stopniu półempiryczne metody analizy wymiarowej i teorii podobieństwa. Do jego wyznaczenia wykorzystuje się zależność:

$$Nu = \frac{kl_w}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\lambda Nu}{l_w}$$

gdzie: l_w - tzw. wymiar charakterystyczny, [m]

w której niezbędna staje się znajomość liczby Nusselta Nu. Tę z kolei określa empiryczna zależność $Nu = c(\otimes)^n$, gdzie $\otimes \in \{GrPr, Pr, Ra, Re\}$ z udziałem bezwymiarowych liczb kryterialnych Nu, Gr, Pr, Ra i Re. Uszczegółowienie postaci tego wzoru oraz podanie zakresu jego stosowalności podawane jest w opracowaniach dotyczących konkretnych eksperymentów.

W przypadku konwekcji swobodnej korzysta się z zależności $Nu = c(GrPr)^n$ o parametrach c, n dostępnych w podręcznikach dla niektórych spotykanych w praktyce przypadków. Iloczyn liczby Grashofa i Prandtla GrPr powstaje wprost z ich definicji i prowadzi do związku: $GrPr = k_s l_w^3(\vartheta - \vartheta_0)$, w którym

$$k_s = \frac{g\beta}{\nu^2} Pr = \frac{ga\beta}{\nu}$$

gdzie: g - przyspieszenie ziemskie, [m/s^2]; a - dyfuzyjność cieplna, [m^2/s]; β - współczynnik rozszerzalności cieplnej, [1/K]; ν - lepkość kinematyczna, [Ns/m^2].

W rzeczywistości k_s jest funkcją temperatury, jako że parametry fizyczne a, β, ν same są od temperatury zależne.

Pojemność cieplna

Pojemność cieplna, wyrażona w [F] oznacza zdolność kumulacji ciepła i dotyczy bezpośrednio współczynnika występującego przy pochodnej $d\vartheta/dt$ w równaniu przewodnictwa cieplnego, a zatem:

$$C = c_w \gamma SL = c_w m,$$

gdzie: c_w - ciepło właściwe, γ - gęstość masy, S - przekrój poprzeczny, L - długość, m - masa ciała

```
MODEL Moc_j --- straty Joule'a w torze 1fazowym
DATA k,I,ro,alfa,Spp,dlug
VAR  R20,Moc,Rez,ros
INPUT temper
OUTPUT Moc
INIT
 ros:=ro*1e-6
 R20:=ros/Spp
 Moc:=k*I**2*R20*dlug
 Rez:=R20
ENDINIT
EXEC
  Moc:=k*I**2*R20*(1+alfa*(temper-20))*dlug
  Rez:=R20*(1+alfa*(temper-20))
ENDEXEC
ENDMODEL
```

```
MODEL R_prom --- opor prom. z toru 1fazowego
CONST
 c0 {val:5.77}
DATA
 Sp1,eps1,Sp2,eps2
VAR
 eps,alfap,x1,x2,R_pr,Pp,x,y
INPUT t2,t1
OUTPUT R_pr
INIT
 eps:=1/(1/eps1+(Sp2/Sp1)*(1/eps2-1))
 alfap:=eps*c0*122.65
 R_pr:=1/(alfap*Sp1)
ENDINIT
EXEC
if t>0 then
 x1:=((t1+273+40)/100)**4
 x2:=((t2+273+40)/100)**4
 alfap:=eps*c0*(x2-x1)/(t2-t1)
 R_pr:=1/(alfap*Sp1)
endif
 Pp:=(t2-t1)*alfap*Sp1
ENDEXEC
ENDMODEL
```

```
MODEL R_konw --- opor konw. z toru 1fazowego do powietrza
DATA lw,Sp,C1,n1
VAR Nu,ts,gp,alfak,R_k,Pk
FUNCTION lambda_pow(x):=0.01*(2.44+0.006857*x)
FUNCTION Ks POINTLIST
(0,14.5),(5,13.25),(10,12.20),(15,11.30),(20,10.5),
(25,9.75),(30,9.00),(35,8.35),(40,7.75),(45,7.20),
(50,6.80),(55,6.30),(60,5.90),(65,5.50),(70,5.10),
(75,4.85),(80,4.55),(85,4.30),(90,4),(95,3.75),
(100,3.50),(inf,3.00)
INPUT t2,t1
OUTPUT R_k
EXEC
if t=0 then ts:=20
       else ts:=0.5*(t1+t2)
endif
gp:=Ks(ts)*1e7*(t2-t1)*lw**3
Nu:=C1*(abs(gp))**n1
if t=0 then alfak:=1
       else alfak:=Nu*lambda_pow(ts)/lw
endif
 Pk:=(t2-t1)*alfak*Sp
 R_k:=1/(alfak*Sp)
ENDEXEC
ENDMODEL
```

Zamieszczone w polach tekstowych kody opisują modele (język MODELS) sterujące zarówno źródłem mocy cieplnej jak i oporów cieplnych promieniowania i konwekcji. Należy przypisać im postać graficzną, wpiąć do obwodu sieci cieplnej z rysunku 1, wprowadzić stosowne dane i wyznaczyć wartość poszukiwanego obciążenia prądowego.

W celu dodatkowej weryfikacji wyników należy dokonać obliczeń dla tego samego obiektu z użyciem programu Quickfield i pól sprzężonych: magnetic harmonics oraz heat transfer.

W sprawozdaniu należy dodatkowo zamieścić ilustrację procesu nagrzewania i studzenia odcinak szyny przy obciążeniu dopuszczalnym długotrwale a także obraz pola cieplnego przy tej samej wartości prądu. Porównać wyniki uzyskane obu modeli.